TRIGONOMETRIE

1. **Formule fondamentale** :

$$\boxed{\cos^2 x \ + \ \sin^2 x = 1}$$

2.

	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	π
sin							
cos							
tan							

M a pour affixe $z = a + ib$ signifie que M a pour coordonnée (a, b).

rem : $\arctan(\tan\theta) = \theta$ si $\theta \in$ ...
On peut écrire $z = \rho e^{i\theta}$, avec $\rho =$ ...

et, pour $a \neq 0$, $\theta = \Bigg\{$

3. **Périodicité - Parité - Symétries**

(a) $\boxed{\cos(x + 2\pi) = \cos x \qquad \sin(x + 2\pi) = \sin x}$

(b) $\boxed{\cos(-x) = \cos x \qquad \sin(-x) = -\sin x \qquad \tan(-x) = -\tan x}$

autres formules à savoir retrouver rapidement :

(c) $\cos(\pi - x) = -\cos x \qquad \sin(\pi - x) = \sin x$

(d) $\cos(\pi + x) = -\cos x \qquad \sin(\pi + x) = -\sin x$

(e) $\cos(\frac{\pi}{2} - x) = \sin x \qquad \sin(\frac{\pi}{2} - x) = \cos x$

(f) $\cos(\frac{\pi}{2} + x) = -\sin x \qquad \sin(\frac{\pi}{2} + x) = \cos x$ (on reconnait les dérivées)

4. **Formules d'Euler**

$$\boxed{\cos\theta = \frac{e^{i\theta}+e^{-i\theta}}{2}} \qquad \text{et} \qquad \boxed{\sin\theta = \frac{e^{i\theta}-e^{-i\theta}}{2i}}$$

5. **Formules d'addition** (Elles sont basées sur la formule $e^{i(a+b)} = e^{ia}e^{ib}$)

$$\boxed{\boxed{\begin{aligned}\cos(a+b) &= \cos a\cos b - \sin a\sin b\\ \sin(a+b) &= \sin a\cos b + \cos a\sin b\end{aligned}}}$$

$$\tan(a+b) = \frac{\tan a + \tan b}{1-\tan a\tan b}$$

On en déduit :
$\cos(a-b) = \cos a\cos b + \sin a\sin b$ et $\sin(a-b) = \sin a\cos b - \cos a\sin b$

6. **Formules de l'angle double** : $\boxed{\begin{aligned}\cos(2a) &= \cos^2 a - \sin^2 a\\ \sin(2a) &= 2\sin a\cos a\end{aligned}}$

On retrouve : $\cos(2a) = 2\cos^2 a - 1 = 1 - 2\sin^2 a$,
et on en déduit la linéarisation de $\cos^2 a$ et de $\sin^2 a$:

$$\boxed{\cos^2 a = \frac{1+\cos(2a)}{2} \text{ et } \sin^2 a = \frac{1-\cos(2a)}{2}}$$

7. $\boxed{\textbf{Formules de transformation}}$ (On les retrouve à l'aide des formules d'addition)

$$\boxed{\begin{aligned}&\cos a\cos b = \frac{1}{2}(\cos(a+b)+\cos(a-b)) \qquad \sin a\sin b = \frac{1}{2}(\cos(a-b)-\cos(a+b))\\ &\sin a\cos b = \frac{1}{2}(\sin(a+b)+\sin(a-b))\end{aligned}}$$

$$\boxed{\begin{aligned}&\cos p+\cos q = 2\cos(\frac{p+q}{2})\cos(\frac{p-q}{2}) \qquad \cos p-\cos q = -2\sin(\frac{p+q}{2})\sin(\frac{p-q}{2})\\ &\sin p+\sin q = 2\sin(\frac{p+q}{2})\cos(\frac{p-q}{2}) \qquad \sin p-\sin q = 2\cos(\frac{p+q}{2})\sin(\frac{p-q}{2})\end{aligned}}$$

démo à finir : $\cos p + \cos q = \cos(a+b)+\cos(a-b)$ en posant $\left\{\begin{array}{l} a+b=p\\ a-b=q\end{array}\right. \Leftrightarrow$...

<u>Exercice</u> : calculer $I = \displaystyle\int_0^{\pi/2} \cos t\cos(3t)\mathrm{d}t$

8. **Dérivées de tangente** : $\boxed{\boxed{\tan'(x) = 1+\tan^2(x) = \frac{1}{\cos^2 x}}}$.

9. **Formules de paramétrisation** : Si $\boxed{t = \tan\frac{\theta}{2}}$ alors on a : $\boxed{\cos\theta = \frac{1-t^2}{1+t^2}, \text{ et } \sin\theta = \frac{2t}{1+t^2}}$

10. $\boxed{\cos x = \cos a \Longleftrightarrow \left\{ \quad \ldots \right.}$ et $\boxed{\sin x = \sin a \Longleftrightarrow \left\{ \quad .. \right.}$