$\boxed{\text{suites récurrentes linéaires d'ordre 2}}$:

$\mathbb{K} = \mathbb{R}$ ou $\mathbb{C}$. $\boxed{u_{n+2} = a\ u_{n+1} + b\ u_n}$ $u_0 \in \mathbb{K}$, $u_1 \in \mathbb{K}$. $((a,b) \in \mathbb{K}^2$, $a \neq 0$ et $b \neq 0)$

Pensez :"suites géométriques" (c'est à dire de la forme r^n)

Méthode : On résout l'équation caractéristique (E) : $\boxed{x^2 = a\ x + b}$

* si (E) a 2 racines : r_1 et r_2 alors $\exists(\lambda,\mu) \in \mathbb{K}^2$ tel que : $\forall n \in \mathbb{N}$, $u_n = \lambda {r_1}^n + \mu {r_2}^n$

* si (E) a une racine double : r alors $\exists(\lambda,\mu) \in \mathbb{K}^2$ tel que : $\forall n \in \mathbb{N}$, $u_n =$

Remarque :
Si $(a, b, u_0, u_1) \in \mathbb{R}^4$ et si (E) admet 2 racines complexes non réelles (conjuguées) : $\rho e^{i\theta}$ et $\rho e^{-i\theta}$,

alors $\boxed{\exists(\lambda,\mu) \in \mathbb{R}^2 \text{ tel que : } \quad \forall n \in \mathbb{N},\ u_n = \rho^n(\lambda \cos(n\theta) + \mu \sin(n\theta))}$.
ou : $\exists(\lambda_1, \lambda_2) \in ....$ tel que : $\forall n \in \mathbb{N}$, $u_n = \lambda_1(\rho e^{i\theta})^n + \lambda_2(\rho e^{-i\theta})^n$

exercice 4 : Déterminer u_n définie par $u_0 = u_1 = 1$ et pour $n \geq 0$, $u_{n+2} = -u_{n+1} - u_n$.

suites arithmético-géométrique : $u_{n+1} = au_n + b$, $a \neq 1$:

technique : écrire l'un en dessous de l'autre la définition et ce qu'on obtient pour une suite constante :
$\boxed{\begin{array}{rcl} u_{n+1} & = & au_n + b \\ c & = & ac + b \end{array}}$. On fait la différence , **puis** on remplace c par sa valeur.

$u_{n+1} - c = a(u_n - c)$, donc $(u_n - c)_n$ est une suite géométrique de raison a : $u_n - c =$

Remarque : on peut poser $v_n = u_n - c$...

exercice 3 : Déterminer u_n si $u_1 = 2$ et pour $n \geq 0, u_{n+1} = -2u_n + 3$.

autre exemple classique : suites définies par $f_n(u_n) = 0$ pour tout $n \in \mathbb{N}$:

L'existence de u_n se prouve grâce au $\boxed{\text{théorème de la bijection}}$:

si f est **continue** et **strictement** monotone sur I, alors f $\left\{\begin{array}{l}\text{réalise}\\ \text{induit}\end{array}\right.$ une bijection de I sur $f(I)$.

Principale technique : contraposée de la définition d'une fonction croissante.

$[x \leqslant y \Rightarrow f(x) \leqslant f(y)] \iff [...$ $]$
(voir aussi le tableau de variation de f_n qui permet de deviner)

Remarque : u_{n+1} est définie par ...

et on calcule $f_n(u_{n+1})$ que l'on compare à $f_n(u_n) = 0$: faire le tableau de variation de f_n

exercice 2 : $\forall x \in \mathbb{R}, \forall n \geq 3, f_n(x) = x^n + x^{n-1} + x - 1$.
1) Montrer que $\exists u_n > 0$ tel que $f_n(u_n) = 0$.
2) Montrer que (u_n) converge et que $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 1$