RESUME : pour déterminer la nature d'une série

Essayer dans l'ordre :

$\boxed{\textbf{1.}}$ les règles de $\boxed{\textbf{comparaison}}$ si l'une des 2 suites au moins est $\boxed{\geqslant 0}$: $\sim$ (ou D.L.), $\leqslant$, o, O.

<u>**Remarque**</u> : si u_n ne tend pas vers 0 alors $\sum u_n$ DVG (donc DV).

$\boxed{\textbf{2.}}$ Si l'énoncé demande en plus la somme de la série, on montre que la $\boxed{\textbf{somme partielle}}$ $(S_n)_n$ converge et on calcule sa limite (on en déduit 2 résultats : la série CV et on a déterminé $\sum_{n=0}^{+\infty} u_n$).

$\boxed{\textbf{3.}}$ Le $\boxed{\textbf{T.S.A.}}$

$\boxed{\textbf{3.}}$ L'$\boxed{\textbf{A.C.V.}}$ avec les règles de comparaison.

$\boxed{\textbf{3.}}$ La $\boxed{\textbf{règle de d'Alembert}}$ si $u_n > 0$ (ou avec $|u_n|$)

$\boxed{\textbf{6.}}$ $\boxed{\textbf{série télescopique}}$ $\sum(u_{n+1} - u_n)$ converge $\Longleftrightarrow$ $(u_n)_n$ converge.
(souvent utilisé pour montrer que la suite $(u_n)_n$ converge)

$\boxed{\textbf{7.}}$ $\boxed{\textbf{technique de comparaison série-intégrale}}$: écrire $u_n = f(n)$ puis encadrer $\displaystyle\int_n^{n+1} f(t)dt$
(f doit être monotone)

$\boxed{\textbf{8.}}$ voir la série comme une $\boxed{\textbf{série produit de Cauchy}}$

<u>**technique classique**</u> : si u_n "contient" du e^{-n} ou du q^n $(0 < q < 1)$ alors on essaie de montrer que $u_n = o(\frac{1}{n^2})$.

<u>**A savoir**</u> : si $u_n \geqslant 0$, alors $(S_n)_n$ est croissante donc si de plus $\sum u_n$ DV alors $\lim\limits_{n\to+\infty} S_n =$

REGLES DE RIEMANN, à savoir appliquer

Déterminer la nature de $\sum u_n$ dans les 3 cas suivants :
$*$ S'il existe $\alpha > 1$ tel que $\lim\limits_{n\to+\infty} n^\alpha u_n = 0$, alors...

$*$ Si $u_n \geq 0$ à partir d'un certain rang, et si $\lim\limits_{n\to+\infty} n u_n = +\infty$, alors...

$*$ S'il existe $L \neq 0$ et $\alpha \in \mathbb{R}$ tel que $\lim\limits_{n\to+\infty} n^\alpha u_n = L$, alors