

du 20 novembre au 1er décembre 2023

Merci aux professeurs de commencer par un exo de proba

Encore des difficultés pour traduire un énoncé : qu'est-ce qu'on sait, qu'est-ce qu'on cherche ?

Quelques difficultés pour mq une fonction est continue sur un intervalle (si  $f(a)$  est défini "à part")**Tout sur les proba sauf fonctions génératrices** :

Tout ce qui a été vu est toujours au programme, en particulier les loi classiques, espérance et variance, et les formules de proba.

Inégalité de Markov. Inégalité de Bienaymé Tchebychev (+**dém** des 2 inégalités).

Loi faible des grands nombres

**Exo classique** : Somme de 2 lois de Poisson indépendantes (+**dém**) : voir feuille d'exo n°6, exo 1**Important** : Lois marginales définies à partir de la loi conjointe (toujours citer la FPT **et** donner le système complet d'événements)Loi conditionnelle de  $X$  sachant  $Y = y_j$ Thm de transfert pour un couple de v.a.d. d'où  $E(XY) = \sum_{x \in X(\Omega)} \sum_{y \in Y(\Omega)} xyP((X, Y) = (x, y))$ .Pptés : Si  $|X| \leq Y$  et si  $E(Y) < +\infty$  alors  $E(X) < +\infty$ .Csq : Si  $E(X^2)$  et  $E(Y^2)$  sont finis alors  $E(XY)$  aussi.Covariance. Pptés : symétrique, bilinéaire,  $V(X_1 + X_2)$ ,  $V(\sum_{i=1}^n X_i)$  (+**dém** de cette dernière égalité).**Ppté** : Si  $X \geq 0$  et si  $E(X) = 0$  alors  $P(X = 0) = 1$  ( $X = 0$  est un événement presque sûr).Inégalité de Cauchy Schwarz. (+**dém**). Cas d'égalité.Savoir déterminer  $P(X = n)$  à l'aide de  $P(X \geq k)$  ou de  $P(X \leq k)$ (en décomposant par exemple :  $(X \geq n) \iff (X = n) \text{ ou } (X \geq n + 1)$ )

Le coefficient de corrélation linéaire n'est plus au programme

**Révisions des principales définitions et propriétés des fonctions réelles**

Différence entre fonction continue en un point et fonction prolongeable par continuité en un point.

Fonctions lipschitzienne,  $C^0$ ,  $C^n$ ,  $C^\infty$ .

Théorème des valeurs intermédiaires. Une fonction continue sur un segment est bornée et atteint ses bornes.

Thm de la bijection (appelé aussi **corollaire** du thm des valeurs intermédiaires).

Théorème de Rolle. Théorème et inégalité des accroissements finis.

Fonctions convexes.

Interprétation géométrique : la courbe de  $f$  est sous ses cordes (ou sécantes) et si  $f$  est dérivable, la courbe est au dessus de ses tangentes. Propriétés analogues pour les fonctions concaves.Caractérisation pour les fonctions 2 fois dérivables (+**dém** de : si  $f'' \geq 0$  alors  $f$  est convexe).Théorème de la limite de la dérivée. Savoir conclure si  $\lim_{x \rightarrow a} f'(x) = \infty$ 

Formule de Leibniz.

Continuité et dérivabilité de  $f^{-1}$  (si  $\forall x \in I, f'(x) \neq 0$ , alors  $f^{-1}$  est dérivable sur  $f(I)$ ...).Cas où  $f$  est  $C^n$ .**Polynômes** : (seulement le cours)Résultat fondamental : Si  $P$  est un polynôme de degré au plus  $n$  ayant au moins  $n + 1$  racines distinctes, alors  $P$  est nul.

Formule de Taylor

Ordre de multiplicité d'une racine. Lien avec les dérivées successives.

Relation coefficients-racines : uniquement pour la somme et le produit des racines.